جامعة البعث　　　　الامتحان الفصليّ الثاني　　　　الاسم :

كليّة العلوم　قسم الرّياضيّات　　　بنى جبريّة (3)　　　　المدّة : ساعتان

السّؤال الأوّل (25) درجة:

ليكن المودول M على الحلقة الواحدية R وليكن L,N مودولين جزئيين في M، والمطلوب:

1) أثبت أن $L+N$ مودول جزئي في M.

2) إذا كان $L\subseteq N$ ، فأثبت أنّ: $(M/L)/(N/L)\cong M/N$.

السّؤال الثّاني(30) درجة :

نفرض أنّ $f\in Hom_R(M,N)$ ، والمطلوب:

1) إذا كان N بسيطاً فأثبت أنّ f الهومومورفيزم الصفري أو أنّ f غامر.

2) إذا كان f ايزومورفيزماً فأثبت أنّ f^{-1} ايزومورفيزم أيضاً.

3) أثبت أن المتتالية:

$$0\longrightarrow Kerf\xrightarrow{i}M\xrightarrow{f}N\xrightarrow{\pi}(N/\operatorname{Im}f)\longrightarrow 0$$

تامة.

السّؤال الثّالث (20) درجة :

ليكن المودول M على الحلقة الواحدية R. أثبت تكافؤ الشرطين الآتيين:

1) M نيوثري　؛　2) M يحقق الشرط الأعظمي.

السّؤال الرّابع (25) درجة :

ليكن المودول M على الحلقة الواحدية الإبدالية R ، وليكن m عنصراً في M ، والمطلوب:

1) أثبت أن عادم العنصر m : $A_{nn}(m)=O(m)=\{r\in R : rm=0\}$ مثالية (إيديال) في R.

2) إذا كانت R تامة ، وكان $O(m)\neq 0$ (أي أن m عنصر فتل) ، وكان T المودول الجزئي المؤلف من جميع عناصر الفتل في M، فأثبت أن M/T عديم الفتل (لايحوي عناصر فتل غير صفر المودول).

17/6/2013

د.ياسين خلّوف

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الامتحان الفصلي الأول 2012 – 2013
لمقرر : بنى جبرية - 3 -
تاريخ الامتحان : 23 - 1 – 2013

الإسم :
المدة : ساعتان
الدرجة : 100

السؤال الأول(32 درجة) :

M مودول على R و $r \in R$, $m \in M$:

1) أثبت أن $(-r)m = r(-m) = -(rm)$.

2) أثبت أن $Rm = \{rm \ : \ r \in R\}$ مودول جزئي في M .

3) أثبت أنه إذا كان R حقلاً فإن المودول M عديم الفتل .

4) أثبت أن M بسيط إذا و فقط إذا تحقق الشرط :

$$M \neq 0 \ , \ \forall m \in M : (m \neq 0 \Rightarrow Rm = M)$$

السؤال الثاني(28 درجة) :

ليكن $f \in Hom_R(M,N)$, $g \in Hom_R(N,L)$

1) أثبت أن: f مونومورفيزم (متباين) $\Leftrightarrow$ $Ker\, f = \{0\}$

2) إذا كان M بسيطاً فبين أن f متباين أو أنه الهومومورفيزم الصفري .

3) إذا كانت المتتالية $M \xrightarrow{f} N \xrightarrow{g} L$ تامة فاثبت أن gf هو الهومومورفيزم الصفري , و بين أن العكس ليس صحيحاً في الحالة العامة .

السؤال الثالث(20 درجة) :

ليكن المودول M على R , وليكن N , L مودولين جزئيين فيه :

1) أثبت أن $L/L \cap N \approx L+N/N$.

(إرشاد : عرّف التطبيق $\theta : L \to L+N/N$ بالعلاقة : $(\forall x \in L : \theta(x) = x+N)$.

2) إذا كان $M = L \oplus N$ فاثبت أن $M/L \approx N$.

السؤال الرابع(20 درجة) :

ننظر إلى Z كمودول على ذاتها و المطلوب :

1) أوجد $10Z + 15Z$, $10Z \cap 15Z$

2) بين أن Z لا يحوي مودولات جزئية أصغرية واستنتج أنه ليس أرتينيا.بينما يحوي مودولات جزئية أعظمية .

3) بين أن Z لا يمكن أن يكون مجموعاً مباشراً لمودولين جزئيين فيه .

مع أطيب الأمنيات

د . ياسين خلوف

